Las paradojas de la probabilidad

Clase inaugural del Curso de Matemática Actuarial, dada en 20 de marzo de 1963 en la Facultad de Ciencias Económicas de Buenos Aires.

Por el Dr. PEDRO SMOLENSKY

1. Como es bien sabido, los Seguros de toda clase se basan sobre el concepto de la Probabilidad y esto vale particularmente para el Seguro de Vida. Por lo tanto, parece conveniente que un curso de Matemática Actuarial, es decir, de matemática del Seguro de Vida, sea iniciado con un análisis de este concepto, tan común como oscuro. El uso de esta última palabra tal vez sea apta para causar sorpresa. Efectivamente, todos estamos convencidos de que sabemos lo que queremos decir cuando nos servimos del término "probable" o "probabilidad", como lo estamos haciendo todos los días. Sin embargo, si se pregunta a un matemático: "¿Qué es la Probabilidad?", él no estará en condiciones de dar una contestación satisfactoria. Basta el hecho de que uno de los más grandes de nuestros tiempos que, además, ha dedicado muchos de sus estudios al problema de la probabilidad, Henri POINCARÉ, no hesitaba declarar que cualquier definición de la probabilidad es imposible y no conduce a otra cosa que a una "petitio principii" (1). He aquí una primera y muy seria paradoja de la probabilidad.

Esa es tanto más curiosa en cuanto el uso que la matemática hace del concepto coincide bastante bien con la intuición que de él tiene el hombre común. Para el matemático, la probabilidad es la relación entre los casos favorables y los posibles de un acontecimiento previsto. Es fácil darse cuenta de que esta no es una defi-

(1) Henri POINCARÉ: *Calcul des Probabilités.*

nición, porque supone que conocemos ya todos los casos posibles. Esto puede ser, pero sólo excepcionalmente. Por ejemplo, cuando echamos un dado, sabemos que debe caer sobre una de sus seis caras: entonces no hay duda; los casos posibles son seis y los favorables uno, de modo que la probabilidad resulta igual a 1/6. Pero si preguntamos cuál es la probabilidad de que nazca un hijo varón, ¿cuáles son los casos posibles y cuáles los probables? Los matemáticos nos responden: "El cociente que resulta entre el número de resultados favorables observados en promedio y el número de operaciones aisladas que componen la operación en serie." Esto quiere decir que nos basamos sobre observaciones del pasado que sólo permiten un juicio de inducción, sin carácter categórico, y, además, de valor aproximativo. No cabe duda que se trata de algo esencialmente distinto que en el primer ejemplo. Efectivamente, se distingue entre probabilidades "a priori" y "a posteriori", pero la matemática no se preocupa por nada de esta diferencia y hace uso de la seudodefinición indicada indistintamente. Y lo curioso es que actuando así ha obtenido en el curso de trescientos años resultados muy notables.

Sin embargo, hay casos donde se llega a respuestas contradictorias que no derivan necesariamente de una deficiente formulación del problema. He aquí dos ejemplos, presentados, el primero por WHITTAKER (2), el segundo por BERTRAND (3) y refutado por BOREL (4):

Si preguntamos: ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de dos números extraídos al azar sea par o impar?, contestaremos en seguida que ella es igual y, por tanto, de $^1/_2$. Sin embargo, podemos hacer el siguiente razonamiento: Tanto las sumas de los números pares como las de los impares son pares, mientras que sólo las sumas de un número par y uno impar son impares. Entonces la cantidad de las sumas pares debe ser el doble de las sumas impares, siendo la probabilidad de 1/3. ¿Dónde está el error?

En este ejemplo se trata de una deducción equivocada que no es difícil descubrir. Mucho más serio es el siguiente problema:

---

(2) Sir Edmund Taylor WHITAKER: "Mathematics and Logic", en *What is Science?*, by James R. Newman.

(3) Joseph BERTRAND: *Calcul des Probabilités.*

(4) Emile BOREL: *Le Hasard.*