JUAN MIGUEL HERNAN PEREZ
Actuario

# La tarificación por módulos en el seguro de vida: conveniencia de la utilización de módulos de capital como medida para reducir el riesgo de la cartera

## LA PROBLEMATICA DE LA TARIFICACION: SOLVENCIA Y MERCADO

La tarificación de la prima responde a dos grandes condicionantes:

— El seguro como producto, sujeto al régimen de libertad de competencia en el mercado.

— El seguro como esperanza matemática de la siniestralidad que respete los principios de equidad y suficiencia fundados en las reglas de la técnica aseguradora.

En términos generales, como empresa dentro del mercado, el primer objetivo de la empresa es la supervivencia respecto al resto de empresas competidoras de similares productos y, en principio, el objetivo siguiente sería la maximización de los beneficios y la minimización de las pérdidas, a corto o a largo plazo dependiendo de la política interna de la entidad.

En términos particulares, como empresa dedicada al riesgo, el primer objetivo de la empresa aseguradora es la minimización del riesgo, tanto cuantitativa como cualitativamente, respecto al volumen de prima de la entidad. El logro del objetivo se conseguirá con una adecuada selección de riesgos, una adecuada política de reaseguro y de inversiones, el respeto a las leyes estadísticas y cualquier otra metodología para la consecución de este fin.

La empresa debe evaluar los objetivos generales y particulares para la obtención del máximo beneficio con el mínimo riesgo, sujeto a las restricciones de la compañía y del mercado.

Las cuantías de las primas y de los valores garantizados estimados a priori deben desviarse lo mínimo posible de los valores estimados en un principio, por lo tanto, la utilización de módulos de capital es una práctica aconsejable para atenuar el riesgo de la cartera e influye en diferentes aspectos de la empresa, tales como la solvencia dinámica de la empresa, el reaseguro o la participación en beneficios.

## CONSIDERACIONES INICIALES DEL PROBLEMA

El planteamiento del problema descansa en unas hipótesis previas que describiremos a continuación:

1. Se parte de una perspectiva estadística, se toma la tabla de mortalidad como un conjunto de proporciones poblacionales y la cartera de la compañía como un conjunto de proporciones muestrales. La tabla de mortalidad considera una población formada por N elementos en la que se definen un conjunto de proporciones en función de la edad de fallecimiento del último superviviente, siendo w la edad de fallecimiento del último superviviente. El conjunto de proporciones poblacionales (p1, p2,...,pi,...,pw) está referido a la probabilidad de supervivencia de los diferentes individuos de una edad t a una edad t+1, de forma que a cada uno de los supervivientes del periodo t se les asignará el valor 1 en el caso de que sobrevivan en el periodo t+1 y 0 si se produce el fallecimiento.

Designaremos a pi como proporción poblacional para elementos con edad i, siendo el cociente entre el número de personas que sobreviven en el periodo t+1 y el número de personas vivas del periodo t. De la misma forma, el complementario de pi y que denotaremos por qi representará la proporción poblacional para elementos de edad i, siendo el cociente entre el número de personas que fallecen entre t y t+1 y el número de personas vivas en el periodo t.

De forma que, definimos w proporciones poblacionales que es lo que determina la tabla de mortalidad para el conjunto global que será susceptible de dividirse en subtablas con w proporciones para cada subconjunto, las subtablas más utilizadas en la práctica son las que distinguen entre el sexo masculino y femenino.

2. A partir de esta tabla, suponga-

mos que tenemos un colectivo de personas dispuestas a asegurarse, de la que consideramos el Colectivo Ci, de forma que consideraremos que es una muestra aleatoria simple en el sentido de que cada miembro del colectivo puede asegurarse y ese colectivo puede asegurarse en su conjunto.

El colectivo Ci de tamaño "n" está formado por una serie de asegurados (a1,a2,...,ai,...,an), cada uno de los cuales se puede considerar como una variable aleatoria independiente igualmente distribuida, puesto que en principio el fallecimiento o la supervivencia de un miembro del colectivo no afecta a otro miembro del colectivo y a priori cada asegurado tiene respecto a su edad un probabilidad de mortalidad o supervivencia igual al de otro individuo de su proporción, de esta forma, cada uno de los asegurados tiene una distribución Bernouillana o Binomial B(1,pi), para caso de supervivencia o B(1, qi ) para caso de fallecimiento, es decir, a cada uno de los asegurados se le asocia la probabilidad 1 en caso de supervivencia y una probabilidad 0 en caso de fallecimiento.

3. En el caso de que el tamaño del colectivo asegurado sea suficientemente grande es susceptible la aplicación de teorema central del límite o teorema de Moivre convergiendo a una distribución Normal del tipo

$$N\left(q_i, \frac{q_i \cdot (1-q_i)}{n}\right)$$

4. Teóricamente, la muestra obtenida se debería obtener con reemplazamiento, pero por razones obvias, el fallecimiento es un proceso irreversible y, en este caso, la muestra implicaría un no reemplazamiento de los elementos obteniéndose una distribución hipergeométrica, pero considerando una cartera suficientemente grande de asegurados el no reemplazamiento no desvirtúa el planteamiento realizado.

5. El estimador proporción muestral al cumplir las propiedades de insesgadez, eficiencia y consistencia asegura que el error cometido en el proceso de estimación puntual es el mínimo posible. Por la propiedad de consistencia,

$$E(z_i) \xrightarrow[n \longrightarrow \infty]{} q_i$$

$$V(z_i) \xrightarrow[n \longrightarrow \infty]{} \frac{q_i \cdot (1-q_i)}{n} = 0$$

Por lo tanto, la ley fuerte de los grandes números se cumple no en la esperanza matemática, puesto que a priori la esperanza matemática o probabilidad de fallecimiento de un individuo es igual en promedio que la esperanza matemática del conjunto del colectivo, sino por medio de la varianza, puesto que cuanto mayor es el colectivo asegurado es menor el riesgo de desviación de la siniestralidad respecto a la esperanza matemática.

A continuación se detallarán las expresiones finales de una serie de momentos. La demostración no entra del ámbito de este artículo.

## LA TARIFICACION CON CAPITALES HOMOGÉNEOS

En el caso de que el Asegurador cubra riesgos para **capitales homogéneos**, o tarifique mediante módulos de capital, el desarrollo no plantea dudas razonables, puesto que, independientemente de la operación financiera adicional realizada en la operación del seguro y suponiendo que dicha operación es aplicable de la misma forma a todo el colectivo, la operación de seguro de riesgo puro es el producto entre el capital asegurado, la operación financiera de actualización y la proporción muestral o probabilidad de fallecimiento correspondiente.

$$E(\xi_{total}) = \sum_{1}^{w} n_i \cdot C \cdot q_i$$

Donde, C: capital asegurado

$q_i$ proporción correspondiente

$n_i$ número de personas de esa proporción

De forma que, $E(\xi_{total})$ representa el elemento estocástico o aleatorio de todo el colectivo.

La prima pura se obtiene multiplicando $E(\xi_{total})$ por el factor de actualización financiero

$$P_{total} = E(\xi_{total}) \cdot V^{\frac{1}{2}}$$

$$V(\xi_{total}) = \sum_{1}^{w} n_i \cdot C^2 \cdot (q_i \cdot (1-q_i))$$

## LA TARIFICACION CON CAPITALES HETEROGÉNEOS

En el caso de que la compañía cubra riesgos para **capitales heterogéneos**, el enfoque del planteamiento es diferente, puesto que en la operación no hay una constante que sea susceptible de realizar $E(k \cdot x_i) = k \cdot E(x_i)$. Entonces, independientemente de la operación financiera adicional realizada en la operación de seguro, las operaciones de seguro con Capitales heterogéneos y Capitales homogéneos coinciden, en términos de sus momentos, en la esperanza matemática y varianza de un asegurado tomado individualmente y en la esperanza matemática del conjunto de asegurados, pero no coincide en absoluto con la varianza global obtenida para todo el colectivo.

$$E(\xi'_{total}) = \sum_{1}^{w} \sum_{1}^{m} C_S \cdot q_i$$

De forma que, $E(\xi'_{total})$ representa el elemento estocástico o aleatorio de todo el colectivo, y multiplicado por el factor financiero de descuento se obtiene la prima pura total.

La equivalencia de cuantías de las primas entre la tarificación con capitales homogéneos y heterogéneos es evidente, para una misma cuantía total asegurada, siempre y cuando el capital asegurado sea el mismo en cada una de las proporciones.

Dadas dos carteras, una con capitales homogéneos y otra con capitales heterogéneos, con un mismo capital asegurado total para cada una de las carteras, si el capital asegurado, en cada una de las proporciones, es el mismo para ambas carteras, la prima pura total es equivalente.

$$\text{Si } \forall C_{total\ \text{homogeneo}} = \forall C_{total\ heterogeneo},$$
$$\text{y } \forall C_{\text{homogeneo}} = \forall C_{heterogeneo}$$

para cada proporción $q_i$, entonces:

Prima total con capitales homogéneos = Prima total con capitales heterogéneos

$$V\left(\xi_{total}^{'}\right) = \sum_{1}^{k} \sum_{1}^{m} C_{i}^{'2} \left(q_i \cdot \left(1 - q_i\right)\right) + \frac{\sum_{1}^{m}\left(C_S - \bar{C}\right)^2}{m} \cdot q_i$$

Dadas dos carteras, una con capitales homogéneos y otra con capitales heterogéneos, con un mismo Capital asegurado total para cada una de las carteras, si el capital asegurado, en cada una de las proporciones, es el mismo para ambas carteras, la varianza es menor en la cartera con capitales homogéneos respecto a la cartera con capitales heterogéneos.

$$\text{Si } \forall C_{total\ \text{homogeneo}} = \forall C_{total\ heterogeneo},$$
$$\text{y } \forall C_{\text{homogeneo}} = \forall C_{heterogeneo}$$

para cada proporción $q_i$, entonces

Varianza con capitales homogéneos < Varianza con capitales heterogéneos

Dadas las expresiones finales, parece más aconsejable la utilización de módulos de capital como medida para reducir el riesgo de la cartera.

Algunas consideraciones finales: solvencia dinámica, reaseguro y participación en beneficios

La capacidad de hacer frente a los compromisos adquiridos es uno de los aspectos que más debe cuidar el asegurador. Puntualmente, el asegurador debe comprobar que el cálculo, contabilidad y aplicación de las provisiones está con arreglo a hipótesis prudentes y razonables, y éstas deben estar invertidas en activos suficientes con criterios de congruencia, seguridad, liquidez, rentabilidad y diversificación. A posteriori, el asegurador debe

comprobar que los valores obtenidos en base técnica se ajustan a la siniestralidad realmente producida.

La siniestralidad es una variable aleatoria y su cuantía rondará el valor de la esperanza matemática. Implícitamente, la prima pura está acompañada de un recargo de seguridad destinado a cubrir las desviaciones aleatorias desfavorables de la siniestralidad esperada. la posibilidad de una desviación muy desfavorable es óbice para la necesidad de un margen de solvencia que pueda soportar el coste adicional que puede sufrir la entidad y dota a la entidad de una capacidad de respuesta ante una situación adversa. por ello, el legislador exige que la entidad disponga de un patrimonio propio no comprometido suficiente y éste es presentado como un aval ante consumidores y usuarios.

Una herramienta de efectos parecidos al módulo de capital es la implantación del reaseguro en excedente para aquellos contratos que sobrepasen una determinada cuantía de capital asegurado. Mediante el contrato de reaseguro, el asegurador abona una prima de riesgo para que el resultado de la siniestralidad se mantengan dentro de unos cauces aceptables. El reasegurador juega un papel de extraordinaria importancia en el control de la siniestralidad de las compañías aseguradoras, capacitando al asegurador a afrontar riesgos que de otro modo rehusaría .

El mantenimiento de la siniestralidad dentro de unos límites estables afecta al contrato con cláusula de participación en beneficios, pudiéndose revertir al beneficiario con mayores garantías parte de la prima devengada en un principio.

En definitiva, la utilización de módulos de capital y de otros métodos o herramientas encaminadas a que tal desviación sea la mínima posible por parte del asegurador representa una práctica adecuada para disminuir el riesgo de la cartera y aparece como uno de los medios más recomendados para proteger la propia supervivencia de la compañía y salvaguardar los intereses y derechos de los tomadores, beneficiarios y perjudicados. no sólo en la percepción de las prestaciones sino en el reparto de participación en beneficios, influyendo en el bienestar social y en la confianza del ciudadano en el sector asegurador. ■