

# Funciones de pérdida esperada y su uso en la medición de riesgos financieros en el contexto de Solvencia II

## ROBERTO MARTÍN-REGUERA

Independent actuarial consultant.  
Capital Management - Aviva plc

## ISAAC ALFON

Head of Solvency 2 Regulatory Relations.  
Group Economic Capital - Aviva plc

### 1. BREVE INTRODUCCIÓN Y CONTEXTO

El concepto de funciones de pérdidas es una respuesta de la industria a los requerimientos de Solvencia II. Como concepto no es nuevo y la innovación es la aplicación del concepto en el ámbito de capital-en-riesgo.

La relevancia de las funciones de pérdidas esperadas en el ámbito del proyecto de Solvencia II es un resultado de la aspiración de transformar la supervisión prudencial del sector de seguros de la Comisión Europea y los Países Miembros que la industria Europea ha apoyado desde el comienzo de este proyecto – hace más de 10 años.

Esta aspiración se manifiesta en primer lugar en el requerimiento de usar valores de mercado para valorar el activo y el pasivo de las empresas aseguradoras y en la introducción de requerimientos de capital que cubre riesgos en ambos lados del balance con una calibración explícita – una probabilidad de supervivencia de un 99,5% en un año.

Es sobre estos principios que se puede contemplar la posibilidad de permitir el uso de modelos internos. Esto es un paso “transformacional” a nivel de supervisión prudencial que va más allá de lo permitido en el sector de banca donde la legislación actual prescribe la estructura así como aspectos específicos de los modelos internos. La directiva de Solvencia II proporciona una serie de criterios que la aseguradora tendrá que evidenciar al supervisor para obtener la aprobación del modelo interno. No es este el lugar para proporcionar un resumen de estos requerimientos y nos ajustamos a identificar las condiciones principales que motivan el desarrollo y aplicación de las funciones de pérdida:

- la aseguradora tiene que evidenciar al supervisor el uso del modelo interno que usa para otros propósitos



además del cómputo de los requerimientos de capital (*use test*; artículo 120 de la directiva de Solvencia II);

- los requerimientos sobre las propiedades estadísticas del modelo interno crean una expectativa de que el modelo interno proporcionara una identificación de pérdidas esperadas en otros intervalos de confianza además del 99,5% (*probability distribution forecast*; artículo 121 de la directiva de Solvencia II).

El objetivo de este artículo es presentar brevemente las posibilidades que brinda este tipo de funciones en un contexto de crecientes requerimientos regulatorios como Solvencia II. La sección 2 define que es una función de pérdida esperada y los pasos a seguir para derivarla.

## El objetivo de este artículo es presentar brevemente las posibilidades que brinda este tipo de funciones en un contexto de creciente requerimientos regulatorios como Solvencia II

Continuamos con una breve reseña de los usos y las ventajas de su utilización en el contexto de modelos internos de Solvencia. Además, incluimos un ejemplo numérico de cómo calibrar la función en el apéndice.

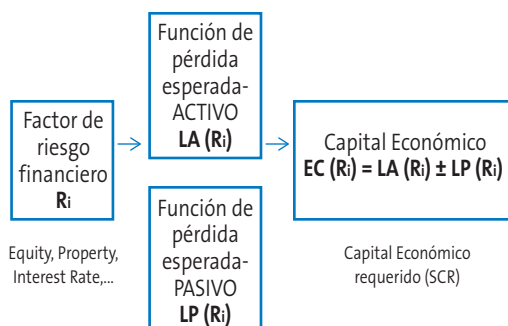
### 2. DESCRIPCIÓN DE FUNCIONES DE PÉRDIDA ESPERADA

#### 2.1 Definición

Una función de pérdida esperada no es más que el algoritmo que traduce la ocurrencia de un evento determinado en un valor real o 'coste' (ej. pérdida monetaria o 'capital' en el caso de un cálculo de solvencia).

Las funciones de pérdida esperada no son ajenas al trabajo actuarial, y se usan con asiduidad para estudiar los estadísticos fundamentales que explican el coste de un siniestro en una cartera de pólizas. Sin embargo, su uso para la estimación del impacto de riesgos financieros no está tan extendido.

En el contexto de Solvencia II, donde se busca una representación fidedigna del impacto de un número de factores de riesgo en los componentes del balance de la entidad aseguradora y bajo diferentes intervalos de confianza, las funciones de pérdida esperada ofrecen una manera versátil y pragmática de conectar los factores de riesgo con las pérdidas/ganancias esperadas asociadas, como ejemplifica el siguiente diagrama:



Esta técnica es especialmente útil para calcular el impacto de un factor de riesgo en los pasivos del balance, ya que suele ser posible recalcular el valor de nuestros activos independientemente y determinar así el Capital

Económico requerido como la suma de los dos componentes (movimiento en el activo + movimiento en el pasivo).

Cada factor de riesgo financiero usado en la función de pérdida esperada puede derivarse de una distribución estadística pre-determinada para el riesgo en cuestión (ej. Normal), calibrada usando parámetros específicos de la propia compañía o datos de mercado. Estas distribuciones marginales forman la base de los inputs que se incluirán en las funciones de pérdida esperada.

#### 2.2 Técnicas de cálculo

La forma más sencilla de convertir el impacto de un factor de riesgo financiero en una forma funcional es usar un número de simulaciones para calibrar la ecuación. El número de simulaciones necesarias para conseguir una aproximación adecuada dependerá de la complejidad del impacto del riesgo financiero en los elementos del balance que se quieran aproximar.

En la mayoría de los casos, las funciones lineales o polinómicas ofrecen la ventaja de bondades de ajuste adecuadas combinadas con una relativa sencillez de calibración. El proceso de derivación de funciones de pérdida para estimar el capital riesgo se resume a continuación.

##### *Paso 1: estimación de funciones de pérdida esperada.*

Identificar los riesgos que caracterizan el activo y el pasivo así como su distribución estadística. Dada esa distribución se crean puntos adicionales aplicando stress de dicho factor de riesgo sobre los modelos de flujos de pasivos/activos. Usamos estos resultados para estimar una función de pérdida esperada que describe los resultados. Es apropiado considerar si una función lineal o cuadrática se ajusta mejor a los datos – por ejemplo podemos considerar  $Pearson R^2$ , el estadístico F y la suma de residuos – *sum of squares*.

##### *Paso 2: identificar una mejora específica a la función de pérdida esperada.*

Este también es el momento adecuado para considerar si hay una interacción entre los riesgos identificados que se debe añadir a las funciones de pérdidas esperadas, lo cual se somete de nuevo a un análisis de bondad de ajuste.

##### *Paso 3: agregación de las funciones de pérdida esperada.*

El siguiente paso es la agregación de las pérdidas esperadas para cada factor de riesgo, incluyendo relaciones de dependencia entre ellos (ej. correlaciones). Se puede con-

siderar también que los factores de riesgo están correlacionados usando una estructura multivariante que permita mayor flexibilidad en la estructura de dependencia (ej. cópula). De esta manera también se puede generar un número alto de simulaciones (escenarios) para que la muestra sea lo suficientemente significativa y generar el nivel de pérdida esperada (o Capital Económico) en un intervalo de confianza seleccionado. La agregación de resultados puede resultar una de las partes más complejas del proceso de cálculo del Capital Económico.

Incluimos en un apéndice un **ejemplo** muy simplificado de cómo funciona esta técnica siguiendo estos pasos. El ejemplo está basado en distribuciones marginales Normales, pero podrían combinarse diferentes tipos de funciones que representen los factores de riesgo de manera más precisa (ej. t-dist, Pareto, etc.).

### 3. USOS Y VENTAJAS EN EL CONTEXTO DE MODELOS INTERNOS DE SOLVENCIA II

El uso de funciones de pérdida esperada para modelar riesgos financieros ofrece un número importante de ventajas, teniendo siempre en mente conseguir un buen equilibrio entre complejidad técnica y utilidad del modelo.

Algunas de estas ventajas que se enumeran debajo cobran especial relevancia en el marco de Solvencia II y el uso de modelos internos de solvencia, donde una mayor granularidad, rapidez de cálculo y funcionalidad avanzada del modelo son fundamentales (ej. *management actions*, *what-if scenarios*, *stress testing*, *roll-forward*).

- Posibilidad de establecer una clara asociación entre la parametrización de los riesgos y su impacto en el balance económico de la entidad a través de la función de pérdida esperada (dota a los riesgos de mayor 'tangibilidad');
- Mayor flexibilidad para reflejar el impacto de un determinado riesgo con diferentes niveles de confianza asociados (frente a un solo punto de la distribución del SCR que ofrece la Standard Formula);
- Posibilidad para recalibrar rápidamente los requerimientos de capital ante cambios en los indicadores financieros y proporcionar aproximaciones sin necesidad de re-evaluar los modelos de flujos de pasivos/activos;
- Herramienta útil para proyectar el balance económico, ya sea en el tiempo (roll-forward) o, por ejemplo, testar escenarios o management actions (what-if functionality), por ejemplo usando escalares de las funciones de pérdida esperada (ej. diferentes volúmenes de nuevo negocio, testar efectividad de estrategias de coberturas de riesgos –hedging–);



- Mayor flexibilidad a la hora de modelar el impacto de los distintos factores de riesgo en los diferentes componentes del balance por separado, asignando funciones de pérdida esperada a cada elemento del balance individualmente (activos, pasivos, posición impositiva, etc.);
- Establecimiento de los pilares necesarios para asegurar la escalabilidad y granularidad del modelo, por ejemplo añadiendo más funciones por entidad regulada, línea de negocio, etc.;
- Capacidad para añadir riesgos adicionales, por ejemplo para distinguir entre cálculos de SCR y cálculos de ORSA;
- Posibilidad de añadir (o incrementar) interacciones entre factores de riesgo individuales en la calibración de las funciones de pérdida esperada (para capturar la no-linealidad entre factores de riesgo).
- Posibilidad de modelar impactos beneficiosos ante movimientos del factor de riesgo (ej. 'upside risk').

Podemos concluir que el uso de funciones de pérdida esperada constituye una herramienta útil y eficaz para evaluar el impacto de riesgos financieros (y no financieros) en el balance de las entidades aseguradoras, especialmente en el contexto de requerimiento regulatorio establecido en Solvencia II.

**APÉNDICE: EJEMPLO DEL CÁLCULO DE CAPITAL ECONÓMICO USANDO FUNCIONES DE PÉRDIDA ESPERADA**

*Paso 1: estimación de funciones de pérdidas.*

Supongamos dos riesgos normalmente distribuidos (R1 & R2) que generan las siguientes pérdidas esperadas (EL) en nuestros **pasivos con referencia a valores de mercado**.

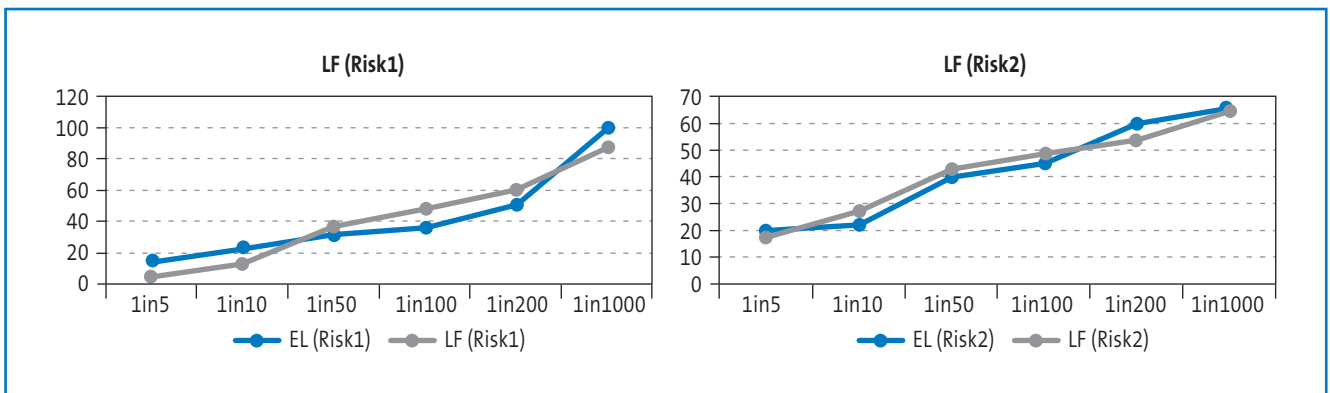
Marginal Distribution	CI levels to calibrate Loss Function					
	1in5	1in10	1in50	1in100	1in200	1in1000
Risk1N~(0%, 12%)	-9,8%	-14,9%	-23,9%	-27,1%	-30,0%	-36,0%
Risk2N~(0%, 4%)	-3,3%	-5,0%	-8,0%	-9,0%	-10,0%	-12,0%
Expected loss (\$)	1in5	1in10	1in50	1in100	1in200	1in1000
EL (Risk1)	15,0	22,8	32,0	36,2	50,0	100,0
EL (Risk2)	20,0	22,0	40,0	45,0	60,0	65,0

Creamos una función de pérdida esperada para cada riesgo usando regresión lineal y cuadrática. No hemos incluido una constante en las funciones para reflejar que nuestra pérdida inicial es cero:

Loss Functions	Linear $y=b1 * x+a$		Polynomial $y=b2 * x^2+b1 * x+a$		
	a	b1	a	b1	b2
LF (Risk1)	0,0	-192,0	0,0	25,3	744,6
LF (Risk2)	0,0	-537,1	0,0	-461,8	774,3

Evaluamos la bondad de ajuste de las funciones observando su Pearson R<sup>2</sup>, el estadístico F y la suma de residuos (Sum of Squares). Queremos minimizar la suma de residuos al mismo tiempo que obtenemos un buen nivel de R<sup>2</sup> y un estadístico F suficientemente alto:

Goodness of fit	Linear	Polynomial
<b>LF (Risk1)</b>		
Pearson R <sup>2</sup>	90%	96%
F-Test	46,83	89,06
F_dist_95%_CI	6,61	6,61
SS-resid	1,503,5	610,42
<b>LF (Risk2)</b>		
Pearson R <sup>2</sup>	99%	99%
F-Test	692,08	320,26
F_dist_95%_CI	6,61	6,61
SS-resid	88,5	76,55



**REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA**

- Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II) Text; <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2009:335:0001:01:EN:HTML>
- Financial Services Authority, Solvency II: Internal Model Approval Process - Thematic review findings, [http://www.fsa.gov.uk/pubs/international/imap\\_final.PDF](http://www.fsa.gov.uk/pubs/international/imap_final.PDF)
- Faivre Fabien, Copula: A new vision for economic capital and application to a four line business company, <http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Berlin/Faivre.pdf>

Para R1, la función cuadrática ofrece mayor bondad de ajuste y para R2, la función lineal y la cuadrática muestran bondades parecidas, con lo que elegiremos la de menor complejidad a la hora de modelar (lineal). El diagrama muestra de una forma gráfica la bondad de ajuste entre las curvas y las pérdidas reales:

**Paso 2: identificación de una mejora específica de la función de pérdida esperada.**

Supongamos que añadimos la interacción entre los riesgos (R1 & R2) a las funciones de pérdida esperada (solo la combinación lineal de ambos riesgos, para mantener la simplicidad del ejemplo):

Additional expected loss(\$)						
	1in5	1in10	1in50	1in100	1in200	1in1000
EL (Risk1)	15,0	22,8	32,0	36,2	50,0	100,0
EL (Risk2)	20,0	22,0	44,0	45,0	60,0	65,0
EL (R1 +R2)	35,0	44,8	77,0	93,2	140,0	205,0
Joint risk (R1 * R2)	0,3%	0,7%	1,9%	2,4%	3,0%	4,3%
<b>Add loss</b>	<b>2,0</b>	<b>5,0</b>	<b>12,0</b>	<b>18,0</b>	<b>20,0</b>	<b>35,0</b>
Add LF term	b1,2					
LF (Risk1+ Risk2)	744,7					
Pearson R <sup>2</sup>	99%					
SS-resid	4,3					

Los factores de riesgo pueden estar correlacionados usando una estructura multivariante que permita mayor flexibilidad en la estructura de dependencia (ej. cópula)

**Paso 3: agregación de las funciones de pérdida esperada.**

Agregamos las pérdidas esperadas para cada factor de riesgo, incluyendo relaciones de dependencia entre ellos (ej. correlaciones).

Los factores de riesgo pueden estar correlacionados usando una estructura multivariante que permita mayor flexibilidad en la estructura de dependencia (ej. cópula). De esta manera también se puede generar un número alto de simulaciones (escenarios) para que la muestra sea lo suficientemente significativa y generar el nivel de pérdidas esperada (o Capital Económico) en un intervalo de confianza seleccionado.

La agregación de resultados puede resultar una de las partes más complejas del proceso de cálculo del Capital Económico, pero en el ejemplo asumimos una distribución normal multivariante, diez mil simulaciones aleatorias usando una distribución uniforme [U~(0,1)] y una matriz de correlación para ilustrar el cálculo del Capital Económico requerido (SCR):

